

На правах рукописи



Чжоу Бичэн

**НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ
ПРОМЕРЗАЮЩИХ ГРУНТОВ ПРИ МИГРАЦИИ ВЛАГИ**

Специальность 1.6.7. Инженерная геология, мерзлотоведение и
грунтоведение

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата геолого-минералогических наук

Москва –2025

Работа выполнена на кафедре геоэкологии геологического факультета ФГБОУ ВО
«Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова»

Научный руководитель:

Брушков Анатолий Викторович – доктор геолого-минералогических наук, заведующий кафедрой геоэкологии ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова».

Официальные оппоненты:

Бровка Геннадий Петрович – доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник лаборатории физико-химической механики природных дисперсных систем Института природопользования НАН Беларуси.

Гагарин Леонид Александрович – кандидат геолого-минералогических наук, заведующий лабораторией подземных вод и геохимии криолитозоны Института мерзлотоведения им. П. И. Мельникова СО РАН.

Ведущая организация:

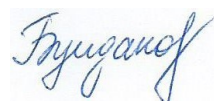
Центр геоэкологии и геотехнических исследований НИИОСП им. Н.М. Герсевича
Института АО «Научно-исследовательский центр «Строительство» (АО «НИЦ
«Строительство»), г. Москва.

Защита состоится 17 марта 2026 года в 14 часов 00 минут на заседании диссертационного совета 24.1.054.01 (Д 002.048.02) на базе ФГБУН «Институт геоэкологии им. Е. М. Сергеева Российской академии наук» (ИГЭ РАН) по адресу: 109004, г. Москва, ул. Никольямская, д. 51.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке ИГЭ РАН по адресу: 101000, г. Москва, Уланский переулок, д. 13, стр. 2 и на интернет-сайте: <https://geoenv.ru/>

Автореферат разослан «___» _____ 2025 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
кандидат географических наук



Е. В. Булдакова

I. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность и степень разработанности темы работы. Морозное пучение глинистых грунтов представляет собой одну из основных причин деформаций оснований зданий и инженерных сооружений в холодных регионах. Этот процесс обусловлен термогидравлическим взаимодействием, включающим миграцию влаги и изменение температуры в мёрзлой зоне. Деформация грунтов, вызванная промерзанием, в свою очередь влияет на миграцию влаги и теплоперенос. В настоящее время процесс пучения глинистых грунтов описывается преимущественно на основе системы дифференциальных уравнений в частных производных, учитывающих взаимосвязь температурных, гидравлических и механических параметров.

Образование ледяных линз (шлиров) играет ключевую роль в деформации грунтов при промерзании. Их формирование зависит как от косвенных факторов (температура, влажность, внешняя нагрузка), так и непосредственно от давления в поровой воде. Однако проведение экспериментов по измерению порового давления в мёрзлых грунтах в естественных условиях сопряжено со значительными техническими трудностями. В связи с этим существует потребность в разработке физически обоснованных моделей промерзающих глинистых грунтов, позволяющих прогнозировать давление поровой воды.

В рамках данного исследования разработана численная модель тепловлагообмена в промерзающих грунтах на основе программной среды COMSOL, верифицированная экспериментальными данными. На основе данной модели изучены некоторые закономерности распределения порового давления воды и миграции влаги в промерзающих грунтах. Полученные результаты способствуют углублённому пониманию механизма перераспределения влаги, прогнозу пучения и разработке эффективных методов борьбы с ним.

Цель исследования — установить закономерности формирования напряжённо-деформированного состояния и льдонакопления в промерзающих грунтах с учётом влагопереноса.

Задачи:

1. Выполнить анализ существующих теоретических представлений о формировании напряжённо-деформированного состояния и льдонакопления в промерзающих грунтах с учётом влагопереноса; оценить возможность использования уравнения Клапейрона-Клаузиуса для описания соотношения между основными термодинамическими параметрами в промерзающих водонасыщенных глинистых грунтах при определении порового давления воды;
2. Разработать одномерную численную модель гидротермического взаимодействия при промерзании грунтов в условиях без внешней нагрузки;
3. Провести эксперименты по промерзанию водонасыщенного глинистого грунта и оценить пригодность предложенной численной модели для прогноза льдовыделения и пучения;
4. На основе разработанной одномерной модели исследовать в условиях открытой системы и без внешней нагрузки закономерности формирования порового давления воды, миграции влаги и напряжённо-деформированного состояния в промерзающих грунтах.

Объектом исследования являлись промерзающие глинистые грунты, а **предметом исследования** — закономерности миграции влаги, формирования порового давления воды и

льдонакопления при промерзании глинистых грунтов, а также физическое и математическое моделирование указанных процессов.

Обоснованность и достоверность результатов исследований подтверждается:

1) проведением экспериментов по промерзанию глинистого грунта с использованием современного оборудования и стандартных методов; 2) применением в математической модели классических уравнений, опубликованных и применяющихся в течение многих лет; 3) верификацией численных результатов модели не только экспериментальными данными автора, но и сравнительным анализом с опубликованными данными других исследователей; 4) апробацией основных научных положений диссертации на конференциях и публикациями в рецензируемых журналах, индексируемых в WoS, Scopus и РИНЦ, в том числе высокорейтинговых.

Личный вклад автора. Проведён анализ механических напряжений в промерзающих грунтах и выполнен систематический обзор уравнения Клапейрона-Клаузиуса с уточнением границ его применимости. На основе формулы Терцаги для эффективного напряжения и уравнения Клапейрона-Клаузиуса была предложена новая расчётная формула для порового давления воды для насыщенных (со степенью водо- и льдонасыщения около 1) мёрзлых грунтов, что позволило разработать численную модель миграции влаги при промерзании. Для верификации модели были выполнены эксперименты по одномерному промерзанию каолинистой глины, в ходе которых проанализированы закономерности изменения температурных полей, миграции влаги, морозного пучения, порового давления воды и льдообразования. Достоверность выбранной модели подтверждена как авторскими экспериментальными данными, так и опубликованными результатами других исследователей.

Научная новизна

1. Предложено соотношение между основными термодинамическими параметрами в промерзающих водонасыщенных глинистых грунтах для определения порового давления воды, на основе которого разработана численная модель, прогнозирующая изменение давления во времени и по глубине как при наличии, так и при отсутствии ледяных линз (шпиров);

2. Численная модель гидротермического взаимодействия при промерзании грунтов отличается от существующих аналогов тем, что основана на сопряженном анализе теплопереноса, массопереноса, изменения порового давления и фазового равновесия. При этом важную роль играет соотношение объемного содержания воды к объемному содержанию льда (θ_w/θ_i), что обеспечивает разрешимость модели;

3. Предложенная и верифицированная численная модель гидротермического взаимодействия при промерзании грунтов пригодна для прогнозирования льдовыделения и морозного пучения грунтов как с полной, так и с неполной степенью влагонасыщения.

Теоретическая и практическая значимость. Предложенная модель гидротермического взаимодействия позволяет прогнозировать поровое давление воды в различных температурных и влажностных условиях, в том числе в рамках инженерных проектов. Кроме того, модель допускает дальнейшую модификацию, например, для учёта подтока подземных вод при промерзании.

Защищаемые положения

1. Определены основные соотношения параметров напряженно-деформированного состояния и температуры в промерзающей зоне глинистых грунтов, необходимые для численного моделирования и прогноза льдонакопления и пучения. Предложена формула для расчета давления в поровой влаге при промерзании грунтов для случая формирования ледяных линз и без них.

2. Разработана численная модель формирования напряженно-деформированного состояния и миграции влаги при промерзании глинистых грунтов на основе программной среды COMSOL, позволяющая выполнять прогноз льдонакопления и пучения в промерзающей зоне.

3. Разработанная численная модель напряженно-деформированного состояния и миграции влаги при промерзании грунтов верифицирована данными экспериментов. На основе физического и математического моделирования установлены особенности формирования давления поровой влаги, ее миграции, льдонакопления и распределения ледяных включений при движении фронта промерзания. В частности, показано, что наличие ледяных линз увеличивает давление поровой влаги.

Апробация работы. Отдельные разделы работы были представлены автором на Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов» (МГУ, Москва, 2023 г.). XXV Международной научно-практической конференции по вопросам геологоразведки и разработки месторождений нефти и газа «Геомодель» (Геленджик, 2023 г.), Международной научно-практической конференции «Проектирование, строительство и эксплуатация объектов транспортной инфраструктуры в сложных климатических и инженерно-геологических условиях» (РУТ, Москва, 2025 г.).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 3 статьи в рецензируемых научных изданиях, основополагающий вклад в которых принадлежит соискателю, и соответствуют требованиям ВАК для защиты в диссертационном совете: «Applied Sciences» (2024, Scopus Q1), «Water» (2023, WoS Q1), «Геоэкология. Инженерная геология. Гидрогеология. Геокриология» (2023).

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, 4 глав и заключения, список литературных источников содержит 156 наименований. Общий объем работы составляет 135 страницы, в том числе 52 рисунков, 7 таблиц и 1 приложение.

Благодарности. Автор выражает признательность своему научному руководителю Анатолию Викторовичу Брушкову за идею исследования и помощь в написании статей и диссертации. Особая благодарность всем сотрудникам кафедры геокриологии МГУ имени М.В. Ломоносова за профессиональную поддержку. Автор признателен доценту Ху Юну из Института наук о Земле и окружающей среде Китайской академии наук за рекомендации по структуре работы и помощь в подборе литературы. Искренняя благодарность выражается д.г.-м.н. Виктору Григорьевичу Чевереву за предоставление доступа к лабораторному оборудованию, а также д.г.-м.н. Якову Борисовичу Горелику и Евгению Викторовичу Сафронову за конструктивные предложения, способствовавшие улучшению исследования. Отдельная благодарность аспирантам Ху Цзябо из Китайского геологического университета (Ухань) и Сюй Чуньгуан из Северо-Восточного лесного университета за помощь в поиске материалов и

проведении анализов. Автор также благодарит магистранку Елизавету Олеговну Алтунину за содействие в экспериментальной части работы.

II. СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Глава 1. Состояние исследований в России, Китае и других странах

Исследования морозного пучения грунтов проводятся около ста лет (Штукенберг, 1894; Taber, 1930; Сумгин и Цытович, 1937, и др.). Большой вклад в изучение процесса пучения и напряженно-деформированного состояния промерзающих грунтов внесли советские и российские ученые Р.Ш. Абжалимов, А.Г. Алексеев, Е.С. Ашпиз, Г.П.Бровка, Н.И. Быков, Ю.М. Васильев, А.Н. Власов, О.Р. Голли, М.Н. Гольдштейн, Я.Б. Горелик, С.Е. Гречищев, Б. И. Далматов, Ю.Д. Дубнов, Э.Д.Ершов, В.Н. Ефименко, В.Ф. Жуков, И.А. Золотарь, Г.Л. Каган, В.Д. Казарновский, В.Д. Карлов, Б.Н. Карпов, М.Ф. Киселев, В.М. Кнатько, В.С. Колунин, И.А. Комаров, А.Н. Краев, Я.А. Кроник, С.А. Кудрявцев, Г.П. Кузьмин, С. Я. Кушнир, А.М. Кулижников, В.А. Лукина, Н.Д. Меренков, Н.Н. Морарескул, А.Л. Невзоров, В.О. Орлов, Н.А. Перетрухин, А.М. Пчелинцев, Н.А. Пузаков, В.И. Пусков, В.И. Рувинский, В.С. Сажин, Н.И. Салтыков, Н.Я. Хархута, В.Г. Чевереv, Л.В. Чистотинов, Р. В. Чжан, Н.А. Цытович, В.Б. Швец, В.А. Шорин, Г.М. Фельдман и другие, а также зарубежные исследователи D. Anderson, R. Miller, J.Konrad, R. Penner, K. O'Neill, R. Gilpin, G. Beskow и др.. В последние годы за рубежом активно дискутируются вопросы моделирования миграции влаги (Zhou и др., 2010; Sheng и др., 2014; Taylor, Luthin, 1978; Zhang и др., 2016, и др.), микростроения мёрзлого грунта (Bronfenbrener, 2009 и др.). В главе 1 приведена систематизация факторов, влияющих на миграцию влаги (от работ Taber, 1930 и Everett, 1961 до Teng и др., 2015; Yao и др., 2018 и др.).

В работе рассматриваются два основных механизма роста ледяных линз (шлиров) при промерзании с акцентом на механо-ориентированные критерии. Миллер и соавт. (1977) и другие предполагали, что в процессе замерзания водонасыщенного грунта происходит его растягивающее разрушение. В зоне формирования сегрегационного льда (линз) частицы грунта теряют контакт, что приводит к нулевому эффективному напряжению ($\sigma' = 0$). Гилпин (1980) предложил понятие «давления отделения» (separation pressure). Согласно его выводам, сегрегационный лёд формируется, когда давление растущего льда превышает или равно сумме внешней нагрузки и давления отделения. На основе этих двух предположений о росте ледяных линз ряд авторов недавно провел дополнительные исследования (Ming и др., 2015; He и др., 2000; Cao, 2006; Zhou, 2009 и др.).

В главе выполнен ретроспективный анализ существующих моделей, которые обычно разделяются на модели так называемой первой теории морозного пучения (Taber, 1930; Everett, 1961; Harlan, 1973) и модели второй теории морозного пучения (Miller, 1972; Чистотинов, 1973; O'Neill, Miller, 1985; Gilpin, 1980; Норке, 1960, и другие) в зависимости от того, могут ли они моделировать процесс множественного роста ледяных линз (Xu и др., 2010). Остальные модели отнесены к эмпирическим (Konrad, Morgenstern, 1981, Орлов, 1987 и многие другие).

Глава 2. Теоретическая формулировка и численное решение проблемы давления поровой воды при миграции влаги

Чтобы построить модель давления поровой воды мерзлого грунта, необходимо выполнить: 1) анализ напряженного состояния насыщенного мерзлого грунта на основе решений для эффективного напряжения немерзлого ненасыщенного грунта; 2) оценку адаптируемости уравнения Клапейрона-Клаузиуса и его применение к данному исследованию; 3) численную реализацию уравнений связанного тепло-массопереноса в частных производных.

Терцаги еще в 1936 году предложил известное выражение для эффективного напряжения σ' в немерзлых водонасыщенных грунтах при приложении внешней нагрузки σ :

$$\sigma = \sigma' + p \quad (1), \text{ где } p - \text{ поровое давление воды.}$$

Усовершенствованная формула для эффективных напряжений М. Био выглядит следующим образом (Biot, 1941):

$$\sigma_{ij}^{full} = \sigma_{ij}^{eff} + a_{ij}p_w\delta_{ij} \quad (2),$$

где σ_{ij}^{full} – полное напряжение; σ_{ij}^{eff} – эффективное напряжение; p_w – поровое давление воды; a_{ij} – коэффициент Био; δ_{ij} – символ Кронекера.

Коэффициент Био (α) введен для описания водонасыщенных пористых материалов разного строения, а также, вероятно, может быть использован для оценки напряжений в ненасыщенных немерзлых и насыщенных мерзлых грунтах. Для ненасыщенных грунтов необходимо дополнительно учитывать: 1) давление порового воздуха p_a ; 2) разницу между давлением порового воздуха p_a и давлением поровой воды p_w (Bishop, 1959).

$$\sigma = \sigma' + xp_w + (1 - x)p_a \quad (3),$$

где x – параметр эффективного напряжения со значением от 0 до 1.

В 70-е гг. XX в. и позднее Р.С. Зиангиров, Р.И. Злочевская, Б.В. Дерягин, З.Г. Тер-Мартirosян, Н.Н. Маслов, М.А.Новгородова, Л.А.Ярг, Д.Н.Горобцов и другие изучили свойства воды в грунтах и внесли большой вклад в механику ненасыщенных грунтов. Впоследствии Гречищев (1984), Уиллер и др. (2003), Джомми (2000), Лю (2008), Генс (2003), Чжао и Лю (2000), Алонсо (2013), Лю (2014) и др. провели исследование параметров эффективного напряжения в ненасыщенном немерзлом грунте. В данной главе рассматриваются переменные напряжений в ненасыщенном немерзлом грунте, после чего некоторые выводы распространяются на насыщенный мерзлый грунт.

Для анализа напряжённого состояния ненасыщенного немерзлого грунта используется репрезентативный элементарный объём (РЭО) (рис. 1). Лу (2006) подробно описал метод определения напряжений в РЭО для многофазных материалов. В главе применяется подход, основанный на преобразовании напряжений каждой фазы в макроскопические напряжения на уровне РЭО с последующим решением задачи методами механики сплошной среды. Основные принципы и этапы решения приведены в работах (Lu и др., 2008; Zhao и др., 2010; Zhao и др., 2016; Chen и др., 2002).

Взаимосвязь между общим (внешним) напряжением, напряжением скелета грунта, поровым давлением воды и поровым давлением воздуха при степени водонасыщения S_w может быть выражена следующим образом (обозначения см. выше):

$$\sigma' = \sigma - S_w P_w - (1 - S_w)P_a \quad (4).$$

Если степень водонасыщения равна 1, она вырождается в классическую формулу для эффективного напряжения Терцаги (1).

В работе представлен обзор научных представлений от теории эффективных напряжений в насыщенных грунтах к теории эффективных напряжений в ненасыщенных грунтах (Aitchison, 1956; Bishop, 1959; Jennings, 1961; Bishop, 1963; Blight, 1965; Jennings и др., 1962; Khalili и др., 1998; Lu, 2010; Wu и др., 2015 и др.), однако многие вопросы остаются дискуссионными. В работе были использованы представления об эффективных напряжениях для ненасыщенного немерзлого грунта для насыщенного мерзлого грунта, а также проведен анализ аналогий и различий между ненасыщенным немерзлым и насыщенным мерзлым грунтом.

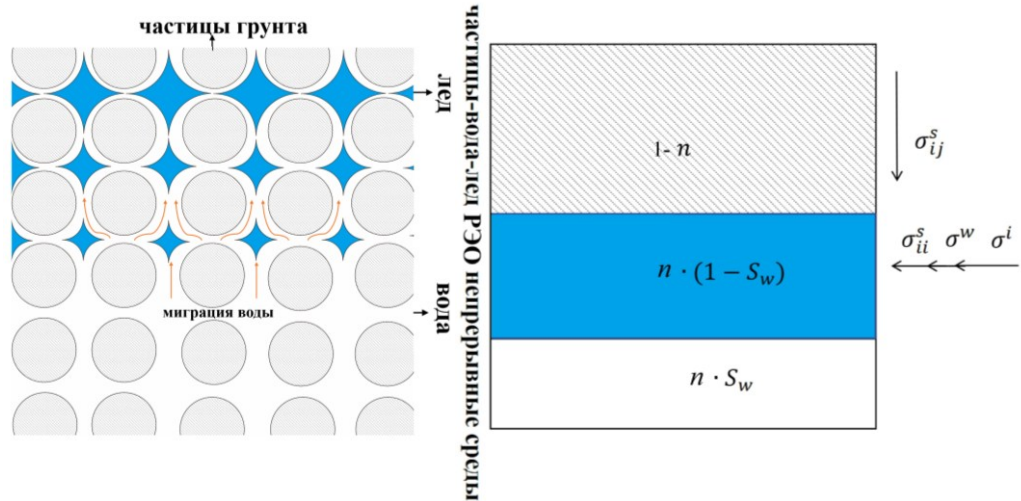


Рис. 1. Схема напряжений для РЭО в насыщенных промерзающих грунтах

Полагая, что пористость насыщенного мерзлого грунта равна n , а степень водонасыщения незамерзшей водой равна S_w , объемную долю θ_a каждой фазы можно выразить для минерального скелета, воды и льда соответственно как: $\theta_s = 1 - n$, $\theta_w = nS_w$, $\theta_i = n(1 - S_w)$. Тогда вес скелета почвы, воды и льда в единичном объеме может быть выражен как: $(1 - n)\rho_s g$, $n\rho_w S_w g$, $n\rho_i(1 - S_w)g$.

Механическое равновесие для скелета грунта можно выразить в виде:

$$(1 - n)t_{kj,j} + (1 - n)\rho_s g_k + f_k^{sw} + f_k^{si} = 0 \quad (5),$$

где $t_{kj,j}$ — внутреннее напряжение между частицами грунта, f_k^{sw} — внешнее усилие от воды на частицы грунта; f_k^{si} — внешнее усилие от льда на частицы грунта; $\rho_s g_k$ — собственный вес скелета; ($k \neq j$; $k, j = x, y, z$).

Анализ напряжений в ледяной фазе и водной фазе проводится аналогично описанному выше. В результате упрощения этих выражений получена формула для эффективного напряжения для насыщенного мерзлого грунта σ_{kj} , близкая к выражению в работе (Zhao и др., 2016):

$$\sigma_{kj} = (1 - n)t_{kj} + nS_w P_{w,k} \delta_{kj} + n(1 - S_w)P_{i,k} \delta_{kj} \quad (6), \text{ где}$$

δ_{kj} - символ Кронекера. По мнению Блэка (1989), если газовая фаза в немерзлом грунте замещается ледяной фазой, физическое поведение мерзлого грунта становится схожим с поведением ненасыщенного немерзлого грунта (Black и др., 1989; Spaans и др., 1996).

Впоследствии Азматч и др. (2012) использовали эту аналогию для описания условий появления ледяных линз (шлиров) в мерзлом грунте, что продемонстрировало ее эффективность.

Уравнение Юнга-Лапласа устанавливает взаимосвязь между всасыванием воды и геометрией межфазной поверхности (Ning, William, 2012). На его основе в свое время была предложена капиллярная модель, описывающая давление поровой воды в ненасыщенных грунтах. Впоследствии многие исследователи применяли это уравнение для описания взаимосвязи между давлением порового льда и воды в водонасыщенных мёрзлых грунтах (Коортманс и др., 1966; Kurylyk и др., 2012). Отмечалась также аналогия между процессом высыхания ненасыщенного грунта и процессом замерзания водонасыщенного грунта, а также связь между движущими силами миграции влаги в том и другом случае (Beskow, 1947; Rempel, 2010).

Упрощенное уравнение Клапейрона-Клаузиуса предполагает равенство давлений льда и воды (Atkins и др., 2006). В разное время были предложены обобщённое уравнение Клапейрона-Клаузиуса, а также его интегральная и дифференциальная формы (Кау и др., 1974; Loch, 1978; Black и др., 1989). Последующие исследования показали, что изменения давлений воды и льда могут различаться (Гречищев, 1984; Hanson, 1996; Горелик, 2001). Многие исследователи распространяли уравнение Клапейрона-Клаузиуса на грунты (Schofield, 1935; Edlefsen, Anderson, 1943) и использовали его в моделях тепломассопереноса в промерзающих грунтах (Sheng и др., 1995; Watanabe и др., 2008; Dall'Amico и др., 2011; Painter и др., 2014 и др.). Внимание уделялось его расширенным версиям применительно к мёрзлым грунтам (Горелик, 2001), включая преимущественно две формы: с учётом эффекта растворённых веществ и на основе теории водных плёнок (Konrad и др., 1990; Gilpin, 1980; Zhou и др., 2010 и др.).

Для расчёта порового давления воды в мёрзлых грунтах при наличии или отсутствии ледяных линз (шлиров) применялись в основном разные формы уравнения Клапейрона-Клаузиуса. Путем объединения формулы для эффективных напряжений Био с уравнением Клапейрона-Клаузиуса автор предлагает новую формулу для порового давления воды для насыщенных мёрзлых грунтов. Сравнение с уравнением Клапейрона-Клаузиуса показало её преимущество при анализе данных экспериментов (Zhou и др., 2024).

На основе анализа различных форм уравнения Клапейрона-Клаузиуса в предыдущей главе можно заключить, что известны в основном два его варианта, применимых к различным условиям:

$$p_{w1} = \frac{L_f \cdot T}{V_w T_0} ; p_{w2} = \frac{L_f}{(V_i - V_w) T_0} \cdot T \quad (7),$$

где P_{w1} - давление поровой воды в насыщенном мёрзлом грунте при отсутствии ледяных линз (шлиров); P_{w2} - давление поровой воды в насыщенном мёрзлом грунте при наличии ледяных линз, когда изменение температуры вызывает перераспределение давления из ледяной фазы в водную фазу, T_0 — температура замерзания грунта, T — температура грунта, L_f - теплота фазового перехода, V_i – удельный объем льда, V_w – удельный объем воды.

Нил и Миллер (1985) определяют разницу между внешней нагрузкой и эффективным напряжением как «нейтральное давление». При этом ледяная линза (шлир) формируется, когда

общее поровое давление P_{por} (т.е. нейтральное давление по Нилу и Миллеру) достигает значения внешней нагрузки:

$$P_{por} = (1 - \chi)p_w + \chi p_i \quad (8),$$

где χ — коэффициент, связанный с содержанием незамерзшей воды.

Если формулу (6) для эффективного напряжения насыщенного мерзлого грунта, полученную нами выше, подставить в уравнение Клапейрона-Клаузиуса (Loch, 1978):

$$\frac{P_w}{\rho_w} - \frac{P_i}{\rho_i} = L_f \ln \frac{T+273.15}{T_0+273.15} \quad (9)$$

Можно, упрощая, получить следующие выражения (Zhou и др., 2024):

$$P_w = \begin{cases} \frac{1}{\left(\frac{1}{\rho_w} + \frac{\theta_w}{\theta_i} \frac{1}{\rho_i}\right)} L_f \ln \frac{T+273.15}{T_0+273.15}, & T_{sep} < T \leq T_0 \\ \frac{1}{\left(\frac{1}{\rho_w} + \frac{\theta_w}{\theta_i} \frac{1}{\rho_i}\right)} \left(L_f \ln \frac{T+273.15}{T_0+273.15} + \frac{P_{por}}{\rho_i n(1-s_w)} \right), & T \leq T_{sep} \end{cases} \quad (10)$$

где T_{sep} — температура сегрегации льда (формирования ледяного шпиря) в градусах Цельсия, T_0 — начальная температура замерзания грунта в градусах Цельсия, T — температура грунта в градусах Цельсия, остальные обозначения см. выше.

Экспериментальные исследования свидетельствуют, что уравнение Клаузиуса-Клапейрона завышает значения порового давления воды в мёрзлом грунте (Zeng, Zhang, 2015). Расчеты подтверждают, что предложенное выражение (10) лучше отражает фактическое поведение порового давления воды в мёрзлом грунте (Zhou и др., 2024) (рис. 2).

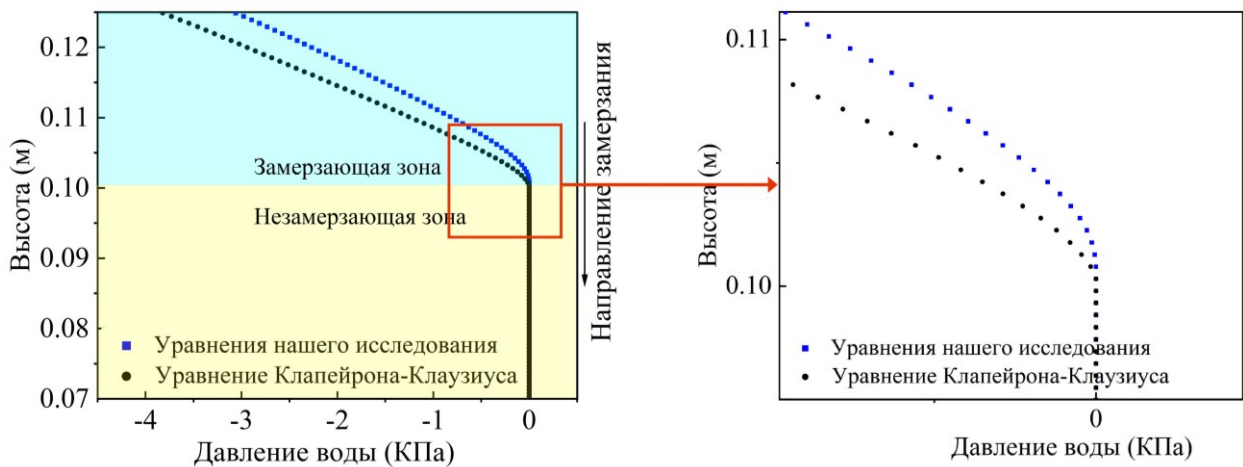


Рис. 2. Сравнение результатов расчета по формуле (10) данной работы с расчетом по обобщенному уравнению Клапейрона-Клаузиуса

Процесс замерзания включает тепломассоперенос. Система уравнений тепломассопереноса состоит из трёх основных уравнений: уравнения сохранения энергии, уравнения сохранения массы и замыкающего соотношения. Замыкающее соотношение представляет собой эмпирическую зависимость содержания незамерзшей воды от температуры (рис. 3).

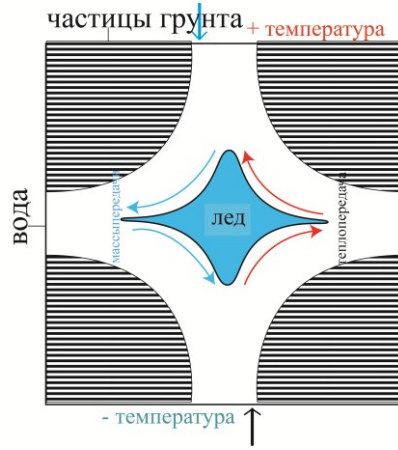


Рис. 3. Микроскопическая схема процесса теплообмена и массообмена на фронте замерзания

В данной главе представлен вывод дифференциальных уравнений в частных производных для тепломассопереноса, используемых в модели. Основываясь на работах (Harlan, 1973; Хи и др., 1991), мы распространяем их на трёхмерное пространство. На рисунке 4, рассматривается репрезентативный элементарный объём (РЭО) системы "грунтовые частицы-лёд-вода" на фронте промерзания. Для описания процесса теплопроводности с учётом скрытой теплоты фазового перехода, рассматриваемой в качестве внутреннего источника тепла, уравнение теплопереноса в частных производных может быть записано в следующем виде:

$$C_v \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial(\frac{\partial T}{\partial x})}{\partial x} + \lambda \frac{\partial(\frac{\partial T}{\partial y})}{\partial y} + \lambda \frac{\partial(\frac{\partial T}{\partial z})}{\partial z} + L_f \rho_i \frac{\partial \theta_i}{\partial t} \quad (11)$$

L_f – скрытая теплота фазового перехода воды (Дж/кг, $3.33 \times \frac{10^5 J}{kg}$; θ_i – объемное содержание льда; ρ_i – плотность льда (кг/м³); C_v – объемная удельная теплоемкость грунта (Дж/(м³ · °C)); λ – теплопроводность (Вт/(м · °C)); T – температура (°C); t – время (с).

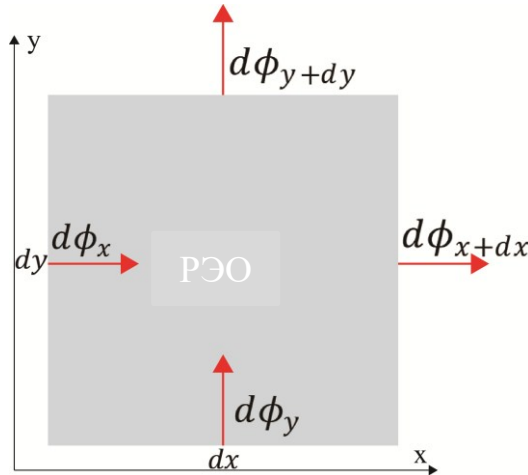


Рис. 4. Репрезентативный элементарный объём (РЭО) на фронте промерзания для теплопередачи

Так же, на основе основных уравнений для влагопереноса (Harlan, 1973; An Weidong и др., 1989), мы расширяем их до трехмерного пространства (рис. 5).

$$\rho_w \left[\frac{\partial(k \frac{\partial P}{\partial x})}{\partial x} + \frac{\partial(k \frac{\partial P}{\partial y})}{\partial y} + \frac{\partial(k \frac{\partial P}{\partial z})}{\partial z} \right] = \rho_i \frac{\partial \theta_i}{\partial t} + \rho_w \frac{\partial \theta_w}{\partial t} \quad (12)$$

Чтобы сделать миграцию воды более соответствующей реальной ситуации, напор здесь заменяется потенциалом почвенной воды ψ , а уравнение переписывается в виде (Bai и др., 2015):

$$\frac{\partial [D(\theta_w) \frac{\partial \theta_w}{\partial x} - k(\theta_w)]}{\partial x} = \frac{\rho_i}{\rho_w} \frac{\partial \theta_i}{\partial t} + \frac{\partial \theta_w}{\partial t} \quad (13),$$

где $D(\theta_w)$ – коэффициент влагопроводности ненасыщенного грунта (см²/с)

$$\begin{cases} D(\theta_w) = \frac{k(\theta_w)}{C_w} I \\ I = 10^{10\theta_i} \end{cases} \quad (14).$$

Параметры $D(\theta_w)$, C_w и $k(\theta_w)$ в представленных формулах (13-14) получены путём совместного использования характеристической кривой водоудержания грунта (КВГ) и модели проницаемости ван Генухтена (VG). В соответствии с моделью VG и моделью проницаемости Гарднера (Lu, Likos, 2008) относительная насыщенность мёрзлого грунта определяется как S . Математическая взаимосвязь между указанными параметрами описывается следующими соотношениями (Lu, Likos, 2008):

$$S = \frac{\theta_w - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \left[\frac{1}{1 + (ah)^n} \right]^m$$

$$K_r(S) = (S)^{\frac{1}{2}} \left[1 - \left(1 - (S)^{\frac{1}{m}} \right)^m \right]^2 \quad (15).$$

Здесь $a, m, n, \theta_r, \theta_s$ — параметры модели проницаемости VG, которые можно получить из кривой КВГ, или взять из литературы (Ning & William, 2012), K_r — относительная гидравлическая проводимость, K_s — насыщенная гидравлическая проводимость, h — напор воды.

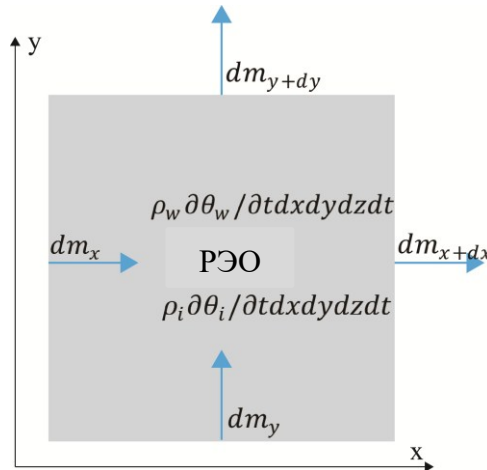


Рис. 5. Репрезентативный элементарный объём (РЭО) на фронте промерзания для массопереноса

Анализ уравнений в частных производных, полученных в предыдущей главе, показывает, что в процессе численного моделирования необходимо решить следующие проблемы: 1) наличие трёх неизвестных (температура T , содержание льда θ_i и содержание воды θ_w) в двух уравнениях; 2) необходимость установления взаимосвязи между содержанием незамерзшей воды и температурой; 3) требование преобразования уравнений для приведения их к виду, пригодному для использования в методе конечных элементов.

В данной главе рассматриваются три уравнения фазового равновесия: эмпирическое уравнение Сюя (Ху и др., 1991, 2010), эмпирическое уравнение Михалковского (Wang и др., 2015; Li и др., 2000) и соотношение, предложенное Табером, которое объединяет уравнение Клапейрона-Клаузиуса с кривой водоудержания грунта (Taber, 1929).

Далее описывается выбор управляющих уравнений модели и их математическая обработка для имплементации в интерфейс УЧП COMSOL (рис. 6). Для фазового равновесия используется эмпирическая формула Сюй Сюэцзу (Ху и др., 2010):

$$\frac{w_0}{w_u} = \left(\frac{T}{T_f}\right)^a, T < T_f \quad (16),$$

где w_0 — влажность при начальной температуре замерзания T_f , w_u — влажность незамерзшей воды при температуре T , a — эмпирическая константа, связанная со свойствами грунта, полученная путем аппроксимации экспериментальных данных. Выполним обработку выражения (16), определив B как соотношение твердой и жидкой фаз, тогда:

$$B = \frac{\theta_i}{\theta_w} = \begin{cases} 1.1 \left\{ \frac{T}{T_f} \right\}^a - 1, T < T_f \\ 0, T > T_f \end{cases} \quad (17)$$

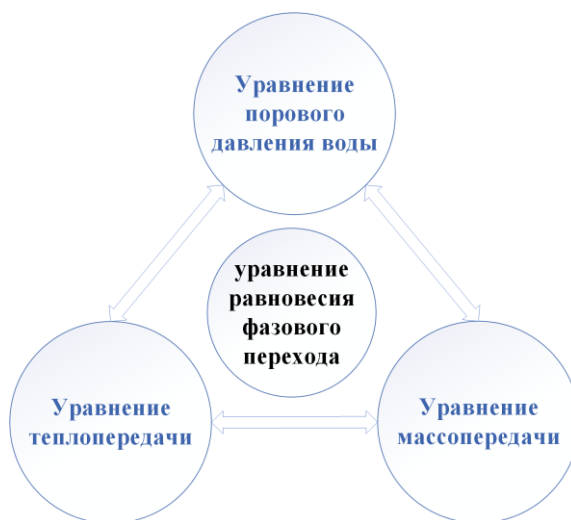


Рис. 6. Структура модели для расчета давления поровой воды

В программном комплексе COMSOL Multiphysics коэффициентная форма уравнений в частных производных позволяет интегрировать и использовать широкий спектр уравнений путём преобразования коэффициентов уравнения в параметры доступных интерфейсов (Рис. 7).

$$e_a \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + d_a \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (-c \nabla T - \alpha T + \gamma) + \beta \cdot \nabla T + a T = f$$

$$\nabla = \left[\frac{\partial}{\partial r}, \frac{\partial}{\partial z} \right]$$

Рис. 7. Интерфейс PDE в COMSOL.

Здесь: e_a — коэффициент массы; d_a — коэффициент демпфирования; c — коэффициент диффузии; a — коэффициент поглощения; f — источник; α — конвективный коэффициент; β —

коэффициент конвекции; γ — источник/сток; ∇ — дифференциальный оператор. Алгоритм решения следующий:

А. Построение температурного поля.

Уравнение теплопереноса в частных производных можно записать в следующем виде:

$$\rho C(\theta) \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda(\theta) \nabla^2 + L_f \rho_i \frac{\partial \theta_i}{\partial t} \quad (18)$$

После преобразования получаем следующую форму:

$$\left\{ \rho C(\theta) - L_f \rho_i \cdot [(\theta_s - \theta_r) \cdot S + \theta_r] \cdot \frac{\partial B(T)}{\partial T} \right\} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (-\lambda(\theta) \nabla T) = L_f \rho_i (\theta_s - \theta_r) \cdot B(T) \cdot \frac{\partial S}{\partial t} \quad (19)$$

Сравнительный анализ встроженных уравнений программного обеспечения и модифицированных нами уравнений позволяет сделать следующий вывод:

$$\begin{cases} d_a = \rho C(\theta) - L_f \rho_i \cdot [(\theta_s - \theta_r) \cdot S + \theta_r] \cdot \frac{\partial B(T)}{\partial T} \\ c = \lambda(\theta) \\ f = L_f \rho_i (\theta_s - \theta_r) \cdot B(T) \cdot \frac{\partial S}{\partial t} \end{cases} \quad (20)$$

В. Построение поля влаги.

Уравнение массопереноса в частных производных можно записать в следующем виде:

$$\frac{\partial [D(\theta_w) \frac{\partial w}{\partial x} - k(\theta_w)]}{\partial x} = \frac{\rho_i}{\rho_w} \frac{\partial \theta_i}{\partial t} + \frac{\partial \theta_w}{\partial t} \quad (21)$$

После преобразования получаем следующую форму:

$$\left(1 + \frac{\rho_i}{\rho_w} B(T) \right) \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\rho_i}{\rho_w} \cdot \frac{\partial B(T)}{\partial T} \cdot S + \frac{\rho_i}{\rho_w} \cdot \frac{\theta_r}{(\theta_s - \theta_r)} \frac{\partial B(T)}{\partial T} = \nabla [D(S) \nabla S + k(S)] \quad (22)$$

Сравнительный анализ встроженных уравнений программного обеспечения и модифицированных нами уравнений позволяет сделать следующий вывод:

$$\begin{cases} d_a = 1 + \frac{\rho_i}{\rho_w} B(T) \\ c = D(S) \\ \gamma = -k(S) \\ a = \frac{\rho_i}{\rho_w} \cdot \frac{\partial B(T)}{\partial T} \\ f = -\frac{\rho_i}{\rho_w} \cdot \frac{\theta_r}{(\theta_s - \theta_r)} \frac{\partial B(T)}{\partial T} \end{cases} \quad (23)$$

Глава 3. Экспериментальные исследования и моделирование миграции влаги в глинах

Из литературы (Осипов, 1985 и др.) известно, и мы на основе электронной микроскопии убедились (рис. 8), что морфология и свойства минеральных частиц каолинитовой глины ограничивает ее межфазную поверхность и адсорбционную способность. Это приводит к преобладанию свободной воды и увеличению каналов миграции влаги, что делает такую глину подходящим материалом для исследования морозного пучения грунтов, поэтому для экспериментов была использована элювиальная палеогеновая каолинитовая глина Глуховского месторождения (eP_I).

Были проведены эксперименты по одномерному промерзанию мёрзлых грунтов в лаборатории кафедры геокриологии МГУ. Ниже (табл. 1) представлены параметры уравнений, используемых для построения модели порового давления, с указанием источников и методов их определения. В заключении описаны процесс построения и результаты моделирования (рис. 9).

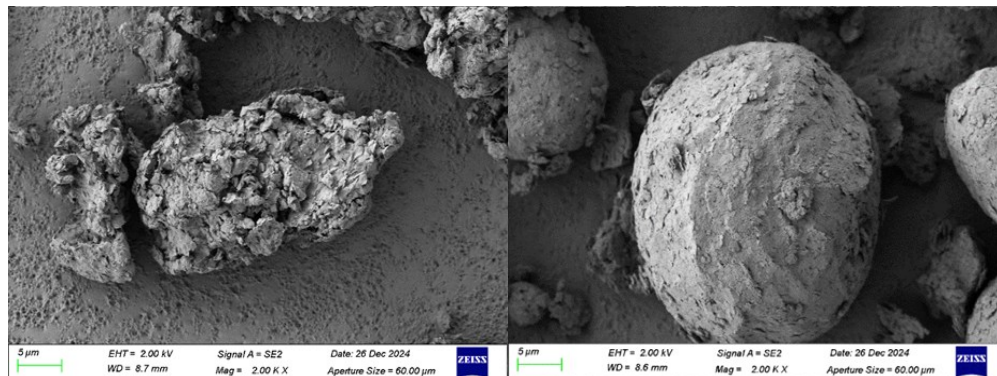


Рис. 8. Снимки SEM глинистых минералов (слева каолинит, справа монтмориллонит)

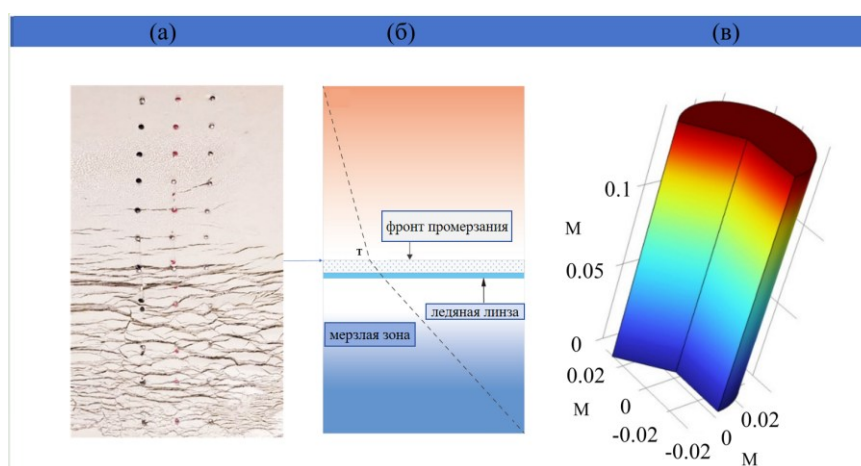


Рис.9. Схема моделирования: а – фото экспериментального образца мёрзлого грунта; б – схема строения образца; в – результаты моделирования распределения температур

Термодинамические параметры грунтовых частиц (теплопроводность и удельная теплоёмкость) могут быть получены из литературных источников (Ху, 2010; Чеверев, 2014; Blight, 1965; Видяпин, 1999). В уравнении массопереноса использована модель VG с введением коэффициента запаздывания. Формула для расчёта коэффициента запаздывания, которая взята из литературных источников (Alonso, 2013; Ху, 2010), непосредственно связана с содержанием льда и не требует введения новых параметров. При отсутствии экспериментальных возможностей эти параметры модели VG. могут быть получены из литературных источников (Lu и др., 2008).

На рис. 10 результаты численного моделирования температуры сравниваются с экспериментальными данными (датчик установлен на расстоянии 1,5 см от холодного конца образца). На начальном этапе наблюдается неполное соответствие, однако в итоге результаты сближаются. Это, вероятно, объясняется тем, что образец 2 был не полностью насыщен, модель не учитывала присутствие газовой фазы и коэффициент теплопроводности мог быть завышен, что привело к быстрому снижению расчетной температуры (рис. 10).

Таблица 1. Параметры и значения для численного моделирования

Параметры	Значение	Физический смысл
C_s (кДж · кг ⁻¹ · К ⁻¹)	0.89	удельная теплоёмкость частиц
C_w (кДж · кг ⁻¹ · К ⁻¹)	4.1	удельная теплоёмкость воды
C_i (кДж · кг ⁻¹ · К ⁻¹)	2.1	удельная теплоёмкость льда
λ_s (Дж · м ⁻¹ · с ⁻¹ · К ⁻¹)	1.39	теплопроводность грунта
λ_w (Дж · м ⁻¹ · с ⁻¹ · К ⁻¹)	0.56	теплопроводность воды
λ_i (Дж · м ⁻¹ · с ⁻¹ · К ⁻¹)	2.24	теплопроводность льда
L_f (кДж/кг)	334.56	скрытая теплота плавления
ρ_i (кг/м ³)	917	плотность льда
ρ_w (кг/м ³)	1000	плотность воды
ρ_s (кг/м ³)	1740	плотность грунта
k_s (м/с)	$3.63 \cdot 10^{-8}$	коэффициент фильтрации
T_0 (°C)	-0.16	начальная температура
θ_s	0.58	объёмная влажность при насыщении
θ_r	0.04	остаточная объёмная влажность
a	2.59	параметры модели VG
m	0.22	параметры модели VG
l	0.5	параметры модели VG
B	0.56	постоянная величина

При промерзании образца №. 2 температура постепенно снижается на всех исследованных глубинах (рис.11). На начальной стадии промерзания скорость снижения температуры высока, затем постепенно уменьшается до стабилизации. Чем ближе к нижней поверхности образца, тем выше скорость охлаждения, что согласуется с экспериментально наблюдаемыми изменениями.

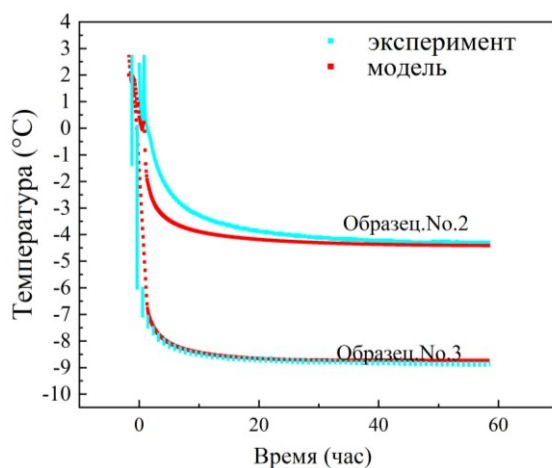


Рис.10. Сравнение изменений температуры холодного конца образцов каолинитовой глины в эксперименте и моделировании

На рис. 11 представлено изменение температуры с глубиной в разные моменты времени.

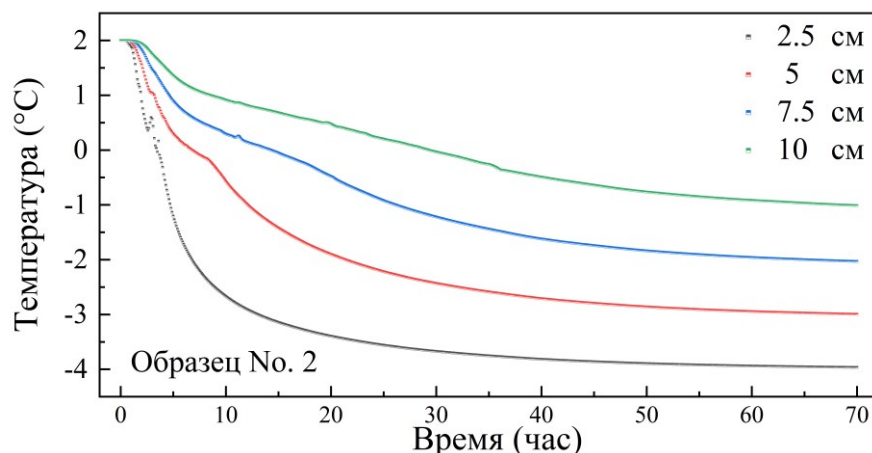


Рис.11. Зависимость температуры от времени на различных глубинах

В образце №. 2 проявляется различие в распределении температуры в мерзлой и немерзлой зонах: в зоне промерзания температурный градиент значителен, а в немерзлой зоне – мал. Это явление объясняется, по-видимому, различиями в теплопроводности грунта, вызванными различиями в содержании льда и воды между мерзлой и немерзлой зонами (рис. 12).

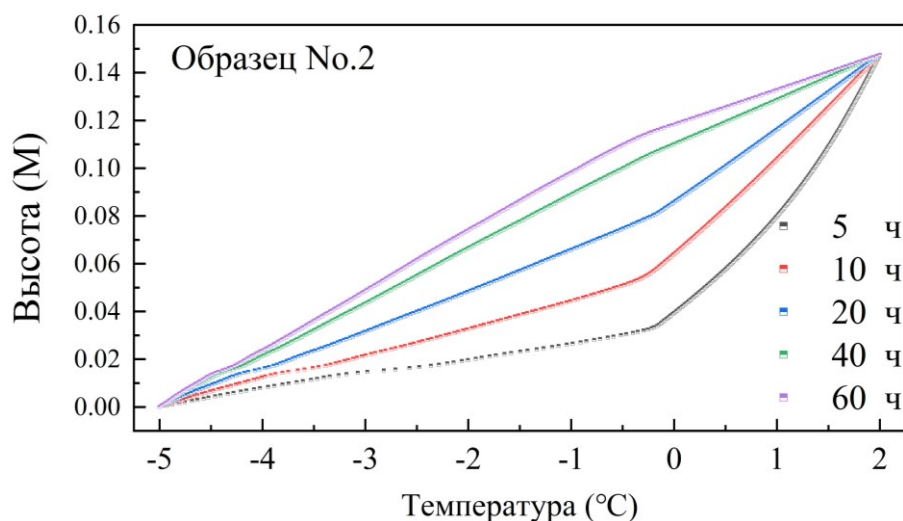


Рис.12. Изменение температуры с глубиной при различных начальных условиях

На рис. 13 представлено распределение объемной доли льда в образце 2 каолинитовой глины после завершения эксперимента. Между немерзлой и мерзлой зонами сформировалась четкая граница (рис. 13).

Объемное содержание незамерзшей воды связано с распределением температурного поля. В немерзлой зоне содержание незамерзшей воды остается постоянным и не зависит от глубины. Однако в промерзающей зоне из-за изменения температурного поля оно резко снижается, а затем его изменение стабилизируется (рис. 14).

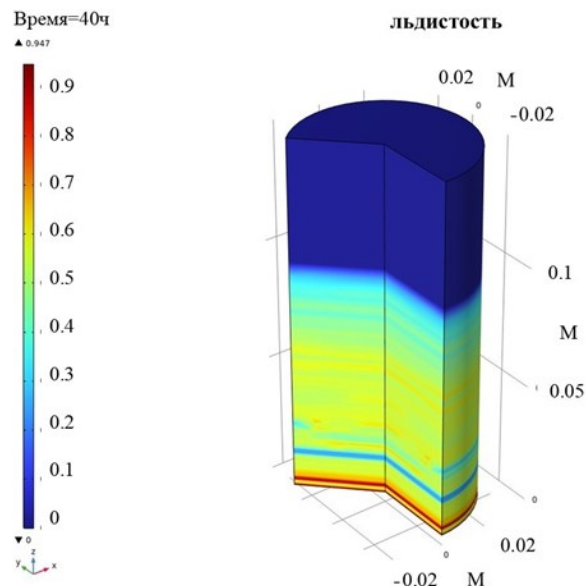


Рис. 13. Распределение льдистости в образце после эксперимента

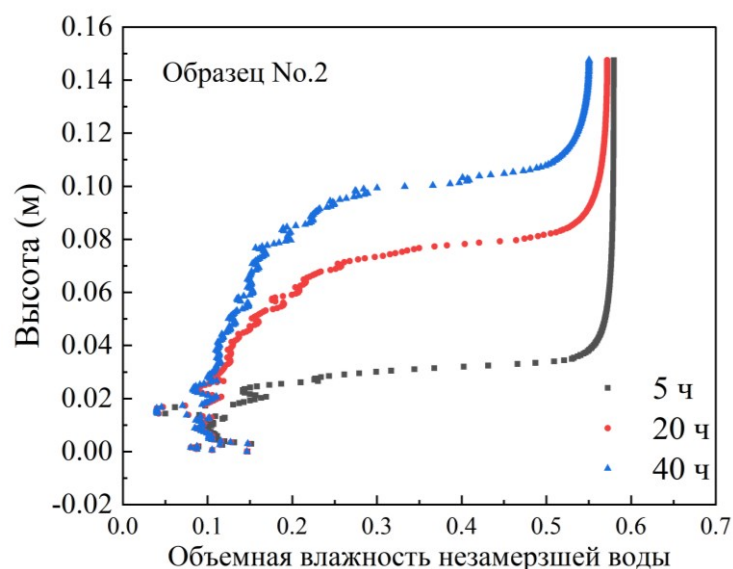


Рис.14. Изменение содержания незамерзшей воды (θ_w) с глубиной

Направление промерзания образца №. 2 - снизу вверх. Минимум влажности наблюдается в промерзающей зоне. Это объясняется, вероятно, тем, что: 1) миграция незамерзшей воды из немерзлой в мерзлую зону приводит к увеличению общей влажности (льдистости) в мерзлой зоне; 2) лед в промерзающей зоне препятствует перемещению воды из немерзлой зоны; 3) в мерзлой зоне вода продолжает мигрировать вверх, создавая двойной эффект: вода с фронта промерзания не успевает восполниться в промерзающей зоне, и влага продолжает поступать из промерзающей зоны в мерзлую. Эти факторы приводят к формированию области минимума значений общей влажности (льдистости) в промерзающей зоне. В немерзлой зоне из-за миграции влаги общая влажность постепенно снижается с увеличением времени промерзания (рис. 15).

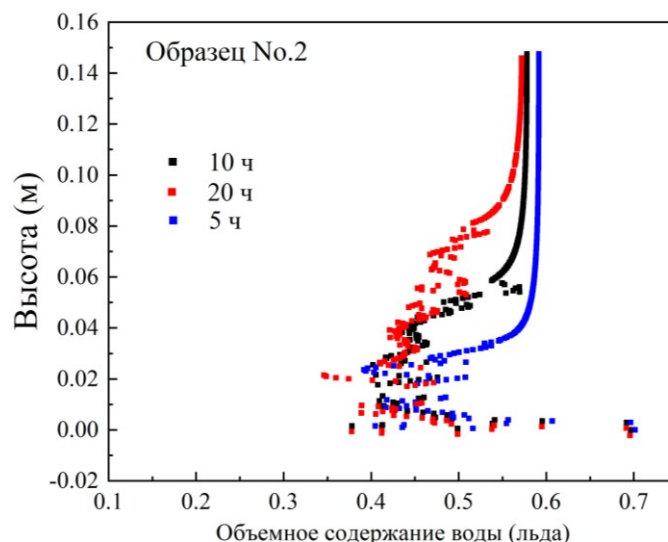


Рис. 15. Объемное содержание воды (льда) в разные моменты времени

На рис.16 представлено сравнение расчетных и экспериментальных данных распределения общей влажности в образце, промерзавшего сверху вниз. Общее влагосодержание в мёрзлой зоне увеличивается вследствие миграции влаги. В нижней части мерзлой зоны наблюдается локальный максимум влагосодержания, что объясняется, вероятно, тем, что при движении воды из талой зоны к фронту промерзания наличие льда в мёрзлой зоне создаёт барьер, ограничивающий миграцию незамерзшей воды вглубь промёрзшей зоны.

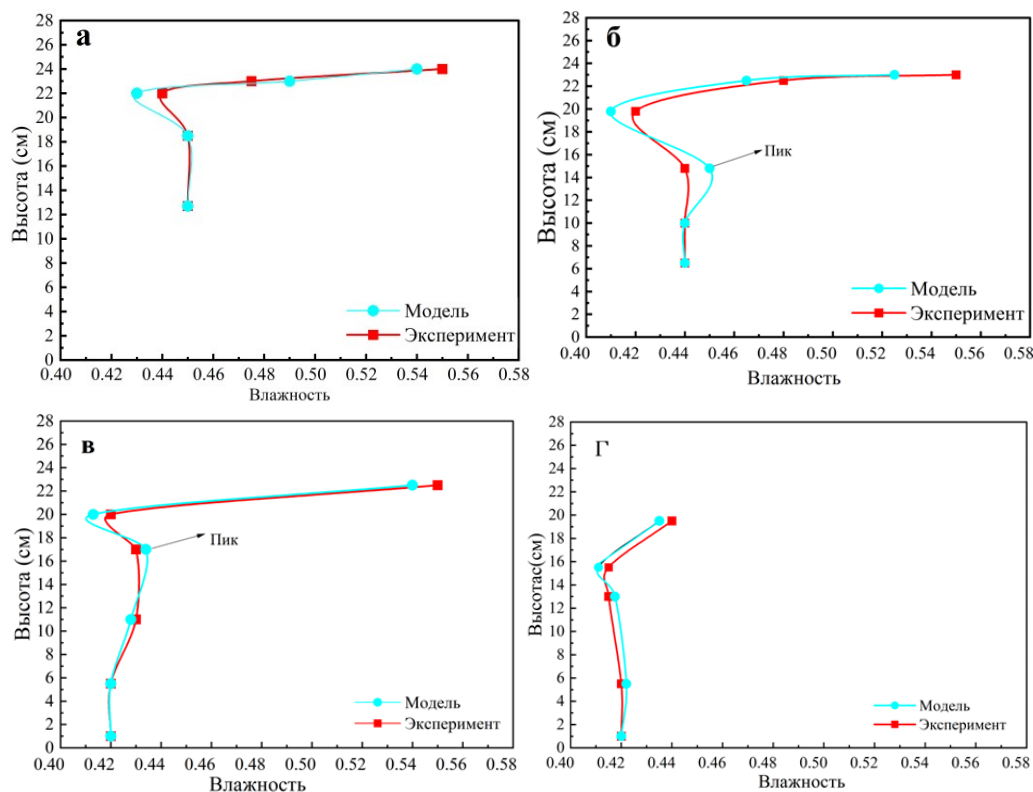


Рис. 16. Изменение влажности во времени по экспериментальным и модельным данным на различных глубинах, время промерзания составляет: а – 36 ч; б – 72 ч; в – 96 ч; г – 120 ч

Для моделирования морозного пучения грунта (рис. 17) механические свойства мерзлого массива были упрощены и приняты следующие допущения: 1) пучение вызвано исключительно расширением объема льда в порах после миграции воды; 2) поровый лед обладает изотропными свойствами, что приводит к изотропному объемному изменению; 3) частицы скелета считаются абсолютно жесткими и удовлетворяют базовым требованиям линейной теории упругости.

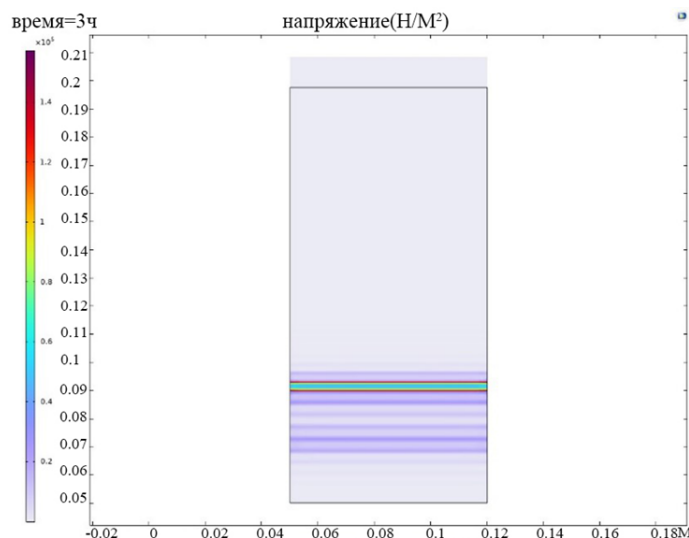


Рис. 17. Распределение напряжений в промерзающем грунте

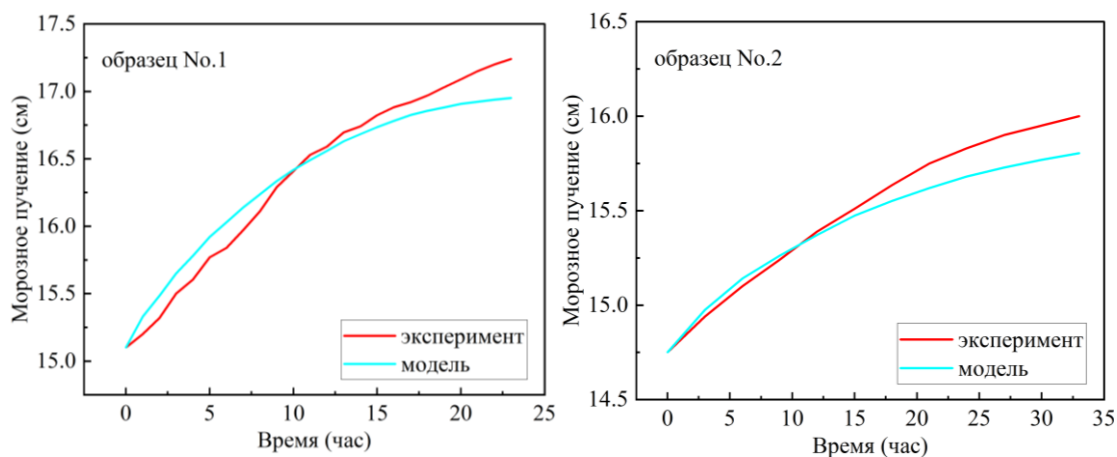
При отсутствии внешней нагрузки мы рассматриваем морозное пучение в рамках теории линейной упругости, для коэффициента деформации η как функции объемной льдистости принимается следующая зависимость (Taylor, 1978):

$$\eta(x, y) = \begin{cases} 0.089\omega_{\theta_i}(x, y) - 0.03, & \omega_{\theta_i}(x, y) > 0.03 \\ 0, & \omega_{\theta_i}(x, y) < 0.03 \end{cases} \quad (\text{глина}) \quad (24),$$

где $\omega_{\theta_i}(x, y)$ - массовая доля льда:

$$\omega_{\theta_i}(x, y) = 0.9\theta_i(x, y)/\rho(\text{глина})$$

В эксперименте деформация морозного пучения образца на начальной стадии заморзания приближается к линейному росту. Однако результаты моделирования показывают более высокую скорость роста в начальный период, которая впоследствии замедляется. При этом итоговый результат математического моделирования пучения оказывается меньше, чем величина, полученная в эксперименте (рис. 18).



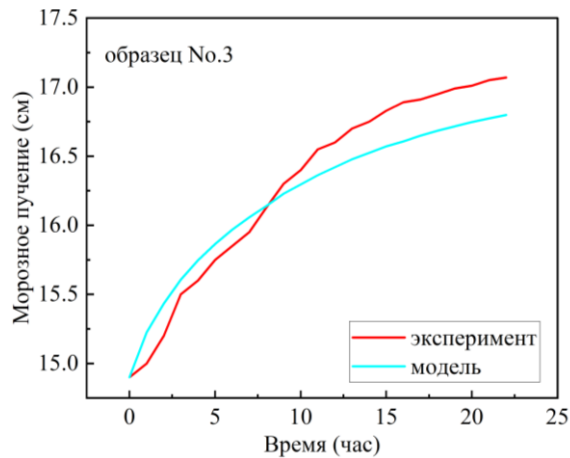


Рис. 18. Сравнение результатов моделирования пучения и экспериментальных данных

Использованная модифицированная модель влагопереноса ван Генухтена включает гидравлические параметры, взятые из литературных источников, в том числе остаточную влажность, что подразумевает наличие некоторого количества незамерзшей воды даже при очень низких температурах. При формировании ледяных линз (шпиров) эта модель влагопереноса имеет недостаток, заключающийся в заниженной оценке содержания льда. Таким образом, модель больше подходит для прогнозирования морозного пучения в ненасыщенных грунтах и грунтах с низкой степенью насыщения (Zhou и др., 2024).

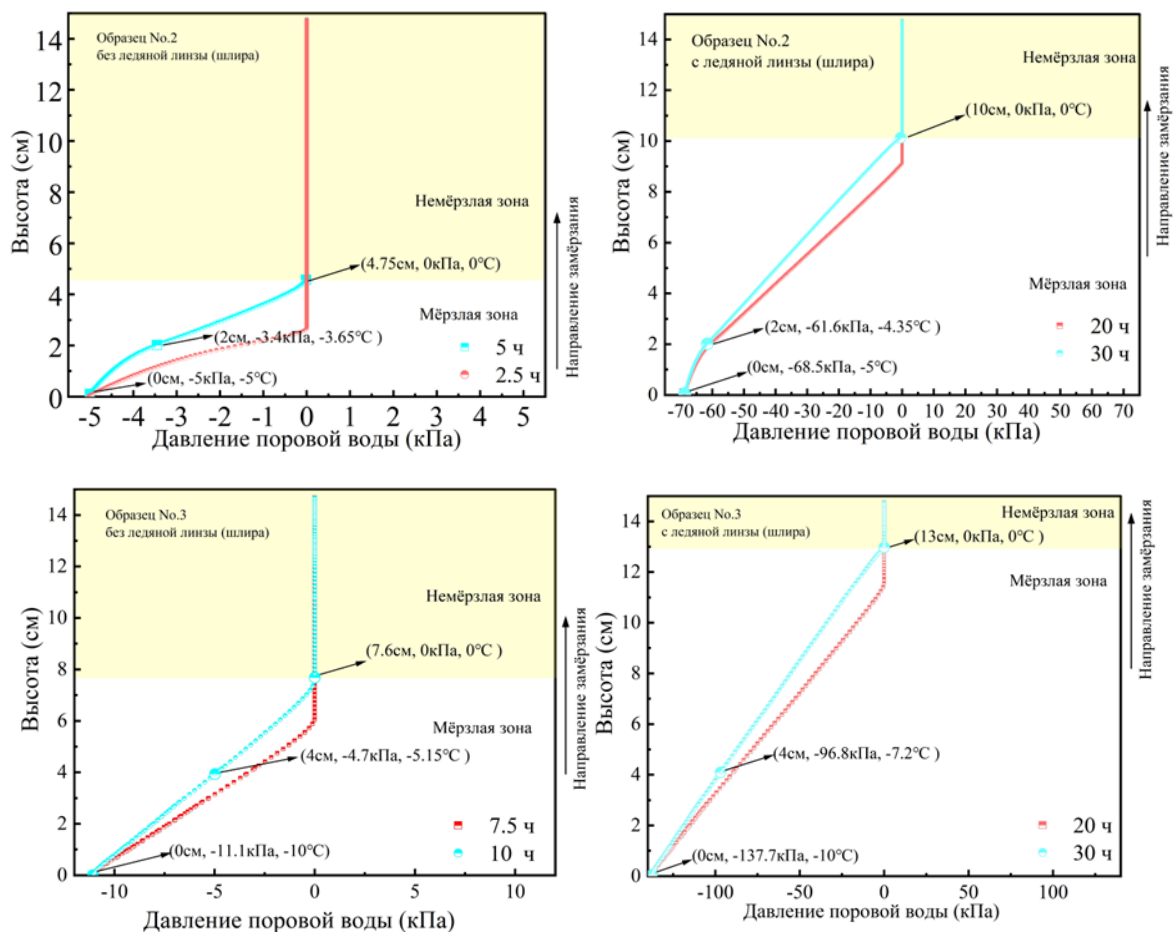


Рис. 19. Давление поровой воды в каолиновой глине после промерзания части образца: а – мерзлый грунт без ледяной линзы; б – мерзлый грунт с ледяной линзой

Понижение температуры создаёт отрицательное поровое давление на фронте промерзания, тогда как в немерзлой зоне в открытой системе оно остаётся нулевым. Возникающий перепад давления направляет миграцию влаги в зону замерзания. Скорость снижения порового давления на фронте промерзания увеличивается со временем (рис. 19). При одинаковых граничных условиях образование линз льда заметно увеличивает поровое давление, что согласуется с экспериментальными данными и данными по литературе (Zhang и др., 2022).

Со временем количество незамерзшей воды вблизи фронта замерзания в немерзлой области уменьшается, что приводит к уменьшению объема миграции в единицу времени (рис. 20). Кроме того, нами замечено, что снижение миграции воды имеет периодические колебания. Это явление обусловлено, вероятно, тем, что после миграции поровой воды в мёрзлую зону в предыдущем цикле вода в нижней части немерзлой области не успевает пополнить запасы влаги вблизи фронта промерзания, что приводит к снижению объёма миграции в данном цикле. Однако в следующем цикле разность порового давления между зонами возрастает вследствие понижения температуры, вызывая увеличение миграционного потока. Этот процесс повторяется циклически.

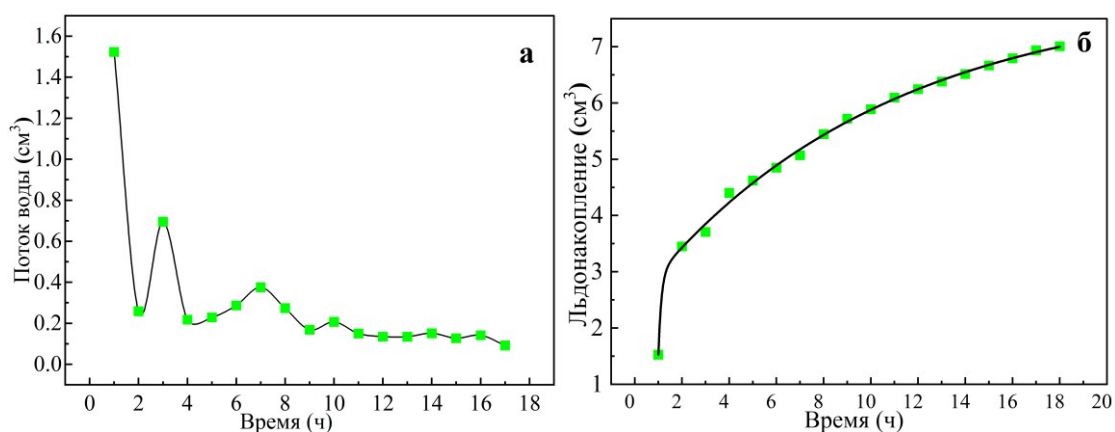


Рис. 20. Изменение расчетного потока воды (слева) в единицу времени и (справа) льдонакопления с течением времени в промерзающей каолинитовой глине

Глава 4. Верификация численной модели динамического порового давления воды

Чжаном (Zhang и др., 2022) в Китае проводились эксперименты с односторонним промерзанием на Цинхай-Тибетской четвертичной аллювиальной глине, температура верхней поверхности образцов была -7°C при промерзании и 3°C при оттаивании. Давление поровой воды измерялось в течение всего эксперимента. Основываясь на результатах эксперимента и проведенного нами численного моделирования, можно сделать следующие выводы. Датчик давления поровой воды нестабилен в показаниях давления поровой воды при промерзании, и экспериментальные результаты свидетельствуют о нерегулярных колебаниях. Однако результаты численного моделирования стабильны, а общие закономерности по результатам нашего моделирования порового давления воды в целом согласуются с экспериментальными результатами (Zhou и др., 2024) (рис. 21).

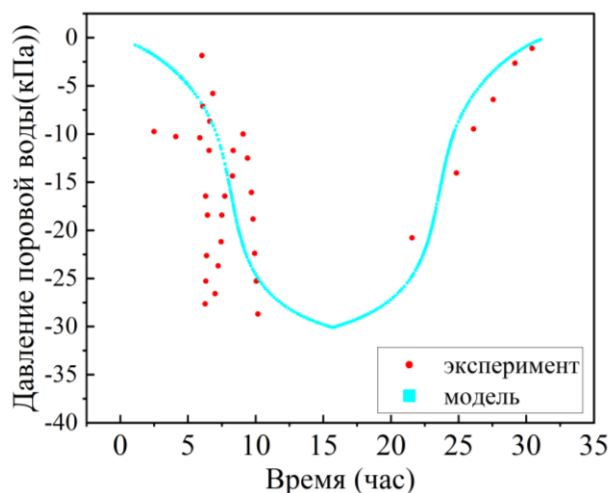


Рис. 21. Сравнение результатов выполненного нами численного моделирования и экспериментальных данных (Zhang и др., 2022): изменение давления поровой воды при промерзании и оттаивании образца Цинхай-Тибетской глины

Заключение

1. В механике вода, лёд, газ и частицы грунта могут рассматриваться как сплошные среды. Замещение газовой фазы в ненасыщенном талом грунте на ледяную фазу позволяет провести анализ эффективных напряжений для водонасыщенного мёрзлого грунта.

2. Обзор исследований, связанных с уравнением Клапейрона-Клаузиуса показывает, что его модифицируют или комбинируют с другими теориями (например, с теорией водных плёнок) для соответствия реальным условиям. Сочетание выражения для эффективных напряжений с уравнением Клапейрона-Клаузиуса для определения порового давления воды в насыщенных мёрзлых грунтах является обоснованным. Исследования свидетельствуют, что в целом уравнение Клапейрона-Клаузиуса завышает значения порового давления. Расчеты и эксперименты в целом подтверждают, что предложенное нами соотношение отражает изменения порового давления в промерзающих грунтах.

3. Результаты эксперимента по одностороннему промерзанию грунта и численного моделирования показали хорошее соответствие между экспериментальными и расчётными данными по температуре и влажности (льдистости), что подтверждает работоспособность модели.

4. С увеличением степени водонасыщения расхождения между модельными и экспериментальными данными по пучению усиливаются. Это связано, вероятно, с ограничениями модели ван Генухтена (VG), используемой для описания влагопереноса. Модель предполагает наличие значительного содержания незамёрзшей воды, однако в экспериментах с каолинитовой глиной после формирования ледяных линз (шлиров) большая часть мигрирующей влаги, очевидно, замерзает в зоне ледяной линзы (шлира), что не учитывается в модели.

5. Результаты численного моделирования давления поровой воды в промерзающих грунтах показывают, что наличие ледяных линз (шпиров) заметно увеличивает давление поровой воды.

III. СПИСОК РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи, опубликованных в изданиях, рекомендованных для защиты

1. **Zhou B.**, Brouchkov A.V., Eremina L.I., Xu Ch., Hu J. Numerical Simulation of Water Migration during Soil Freezing and Its Resulting Characterization // Applied Sciences. – 2024. – Vol. 14, No. 18. – Рр.1-12. Импакт-фактор WOS: 2,5. Объем публикации: 0,99 п.л., объем вклада соискателя: 0,80 п.л. DOI: 10.3390/app14188210.

2. **Zhou B.**, Brouchkov A.V., Hu J. Numerical Study of Pore Water Pressure in Frozen Soils during Moisture Migration // Water. – 2023. – Vol.16, No. 5. – P.776. Импакт-фактор WOS: 3,0. Объем публикации: 1,13 п.л., объем вклада соискателя: 0,9 п.л. DOI: 10.3390/app14188210.

3. **Чжоу Б.**, Брушков А.В., Ху Ц. Моделирование порового давления воды в промерзающих дисперсных грунтах при миграции влаги // Геоэкология. Инженерная геология. Гидрогеология. Геокриология. – 2023. – Т. 6. – № 1. – С. 39-46. Импакт-фактор РИНЦ: 0,43. Объем публикации: 1,4 п.л., объем вклада соискателя: 1,2 п.л. EDN: WQVIYT.